

7.SINIF TEMA 1 : SAYILAR VE NİCELİKLER 1

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

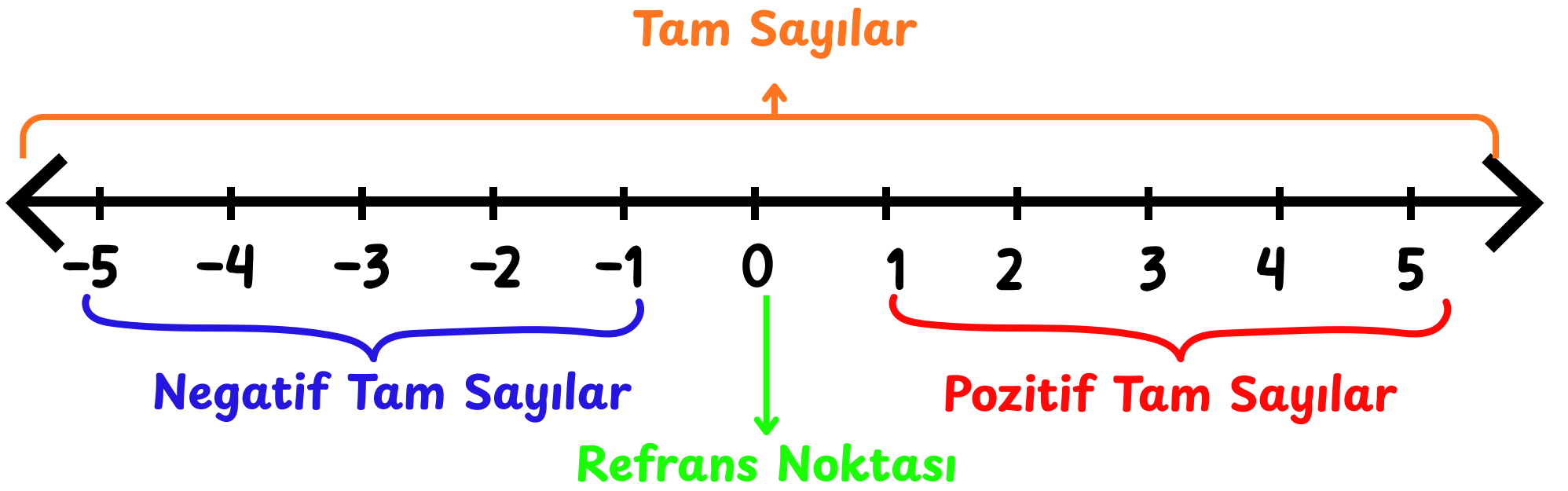
- Tam Sayılar
- Mutlak Değer
- Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayıların Farklı Temsilleri
- Tam Sayılarla İşlemler
- Rasyonel Sayılarla İşlemler
- Çok Adımlı İşlemler



→ Tam Sayılar ←

→ Günlük hayatımızda karşılaştığımız olayların sayısal ifadelerinde doğal sayılar bazı durumlarda yetersiz kalır. Örneğin borç alma-verme, kar-zarar etme gibi durumları doğal sayılarla ifade etmemiz karışıklığa sebep olur. Böyle durumlarda tam sayılarda yararlanır. Tam sayılara yönlü sayılar da denilebilir.

- Sayıların önüne konulan işaretler sayının yönünü belirtir.
- Önünde “+” olan sayılara **pozitif tam sayılar** denir.
- Önünde “-” olan sayılara ise **negatif tam sayılar** denir.
- Sıfır hariç önünde işaret bulunmayan sayıların işareti “+”dır yani pozitif sayılardır.
- Sıfır sayısı ise ne pozitif ne de negatif bir tam sayıdır.



Sıfıra referans noktası denir. Çünkü sayıların pozitif mi negatif mi olduğunu sıfır ile karşılaştırarak belirleriz. Sayı doğrusunda sıfırın sağındaki sayılar pozitif, solundaki sayılar ise negatiftir.

Pozitif tam sayılar sayı doğrusunda 0'ın sağında yer alır: 1, 2, 3, 4, ...

Negatif tam sayılar sayı doğrusunda 0'ın solunda yer alır: -1, -2, -3, -4, ...

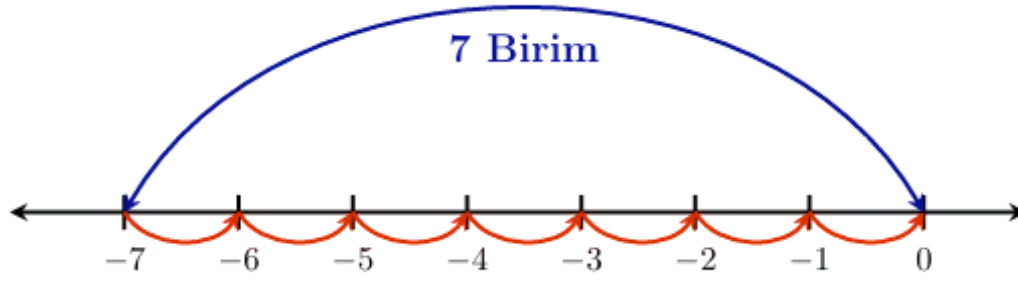
Tam sayılar kümesi ise pozitif tam sayılar, negatif tam sayılar ve sıfırdan oluşur.



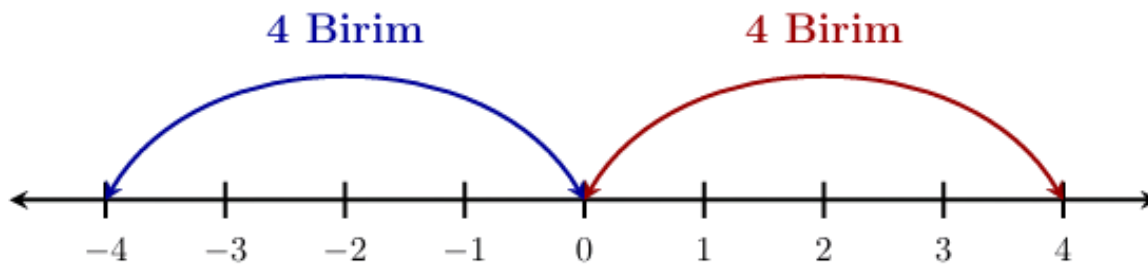
➔ Mutlak Değer ➔

➔ Bir tam sayının referans noktasına yani sıfıra (0) olan uzaklığına o tam sayının mutlak değeri denir. Bir A sayısının mutlak değeri $|A|$ şeklinde gösterilir.

★ -7 sayısının 0'a olan uzaklığı 7 birimdir. Bu yüzden -7'in mutlak değeri 7'tir. Bu durum sembolle $|-7| = 7$ şeklinde gösterilir. Sayının yanındaki çizgiler mutlak değer sembolüdür.



Mutlak değer sıfıra olan uzaklık olduğu için uzaklık birimi negatif olamayacağından mutlak değer asla negatif bir sayı olamaz. 0 sayısının mutlak değeri 0'dır. Bunun dışındaki sayıların mutlak değeri pozitiftir.



$$|-4| = |4| = 4$$

Tam sayılarda Sıralama

Pozitif tam sayılar 0'a yaklaştıkça küçülür. $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < \dots$

Negatif tam sayılar 0'a yaklaştıkça büyür. $0 > -1 > -2 > -3 > \dots$

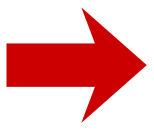
Sayı doğrusunda tam sayılar soldan sağa doğru büyür.

Tüm negatif tam sayılar 0'dan küçüktür.

Tüm pozitif tam sayılar 0'dan büyüktür.

Pozitif tam sayılar daima negatif tam sayılardan büyüktür.





Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayıların Farklı Temsilleri



→ İki tam sayının oranı olarak ifade ettiğimiz sayılara rasyonel sayılar denir. Diğer bir ifadeyle, a bir tam sayı ve b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

★ $\frac{1}{2}, \frac{7}{18}, \frac{-16}{9}, \frac{12}{100}, \frac{15}{3}, \frac{0}{45}, \frac{-3}{4}$

→ Herhangi bir tam sayı, iki tam sayının oranı şeklinde ifade edilebilir. Bu yüzden bütün tam sayılar aynı zamanda rasyonel sayıdır.

★ $\frac{18}{3} = 6, \frac{8}{1} = 8, \frac{-4}{1} = -4, \frac{-25}{5} = -5, \frac{0}{15} = 0$

→ $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen ondalık gösterimler, rasyonel sayıların farklı bir gösterim şeklidir.

★ $3,2 = 3\frac{2}{10} = \frac{32}{10}, -0,05 = \frac{-5}{100}$



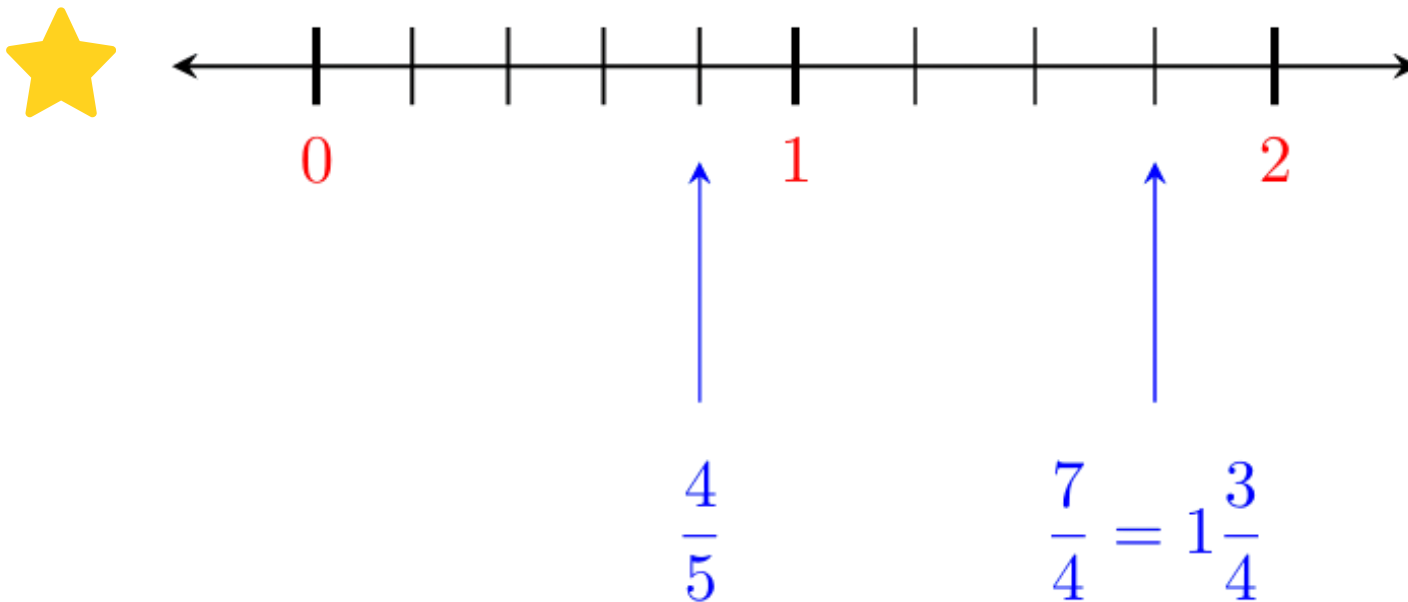
→ Kesirler parçanın bütüne oranını ifade eder. $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilen, payı ve paydası tam sayı olan kesirler rasyonel sayı tanımına uyar.

★ $\frac{3}{4}, 2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}, \frac{26}{8}$

Bir rasyonel sayının pay ve paydasındaki tam sayıların ikisi de pozitif ise rasyonel sayı pozitif, sayılardan herhangi biri negatif ise rasyonel sayı negatiftir.

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}, \quad b \neq 0$$

→ Rasyonel sayılar sayı doğrusunda gösterilirken önce tam sayılı kesre dönüştürülür. Sonra tam kısmı kadar ilerlenir. (Pozitifse sağa, negatifse sola doğru) Daha sonra bu tam sayı ile bir sonraki tam sayı ile arası kesrin paydası kadar parçaya bölünür ve kesrin payı kadar ilerlenir. Bu ilerleme negatif sayılarda sola doğru pozitif sayılarda sağa doğrudur. Yani 0'dan uzaklaşırız.



Devirli Ondalık Gösterimlerin Rasyonel Sayı Olarak Yazımı

Devirli ondalık gösterimleri $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade etmek için,

- Virgülü göz ardı ederek sayının tamamından devretmeyen kısmı çıkarırız ve bulduğumuz sonucu paya yazarız.
- Paydaya virgülden sonra **devreden rakam sayısı kadar 9**, **devretmeyen rakam sayısı kadar 0** yazarız:

Virgül aramaksızın tüm sayı - Devretmeyen kısım

Virgülden sonra devreden her bir sayı için birer tane 9,
devretmeyen her bir sayı için birer tane 0

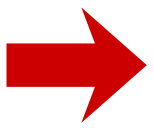
★ $4, \overline{52} = \frac{452 - 4}{99} = \frac{448}{99}$

★ $0, 8\overline{7} = \frac{87 - 8}{90} = \frac{79}{90}$

★ $2, \overline{576} = \frac{2576 - 25}{990} = \frac{2551}{990}$

★ $0, \overline{4} = \frac{4}{9}$

★ $5, \overline{8} = \frac{58 - 5}{9} = \frac{53}{9}$



Tam Sayılarla İşlemler ve Problem Çözme



Tam Sayılarla Toplama İşlemi

➔ Aynı işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri toplanır ve sayıların ortak işareti sonuca verilir.



$$(-8) + (-11) = -19$$

$$(+13) + (+12) = +25$$

➔ Zıt işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri büyük olanından küçük olanı çıkarılır ve mutlak değeri büyük olan sayının işareti sonuca verilir.



$$(-25) + (+13) = -12$$

$$(+37) + (-18) = 19$$

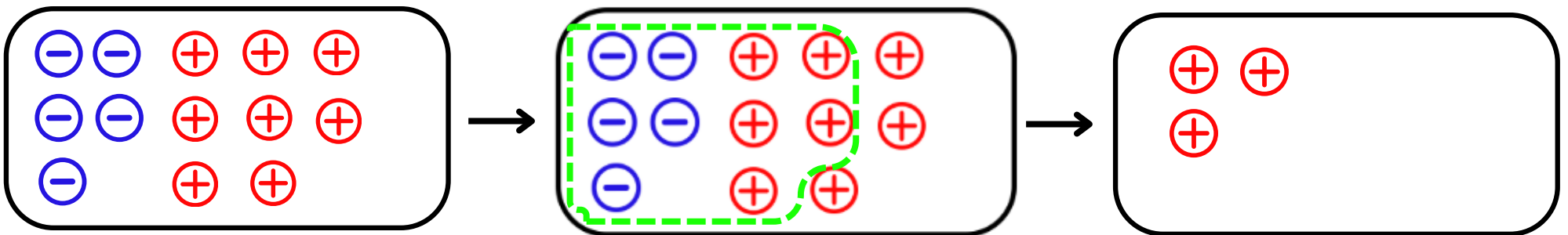


Sayma pulları ile toplama işlemi yapılırken;

- (+) pul +1 sayısını, (-) pul -1 sayısını temsil eder.
- (+) ve (-) pullunun oluşturduğu çift sıfır kabul edilir.
- Toplama işleminde amaç işlemde verilen pulları bir araya getirip sonucu bulmaktır.

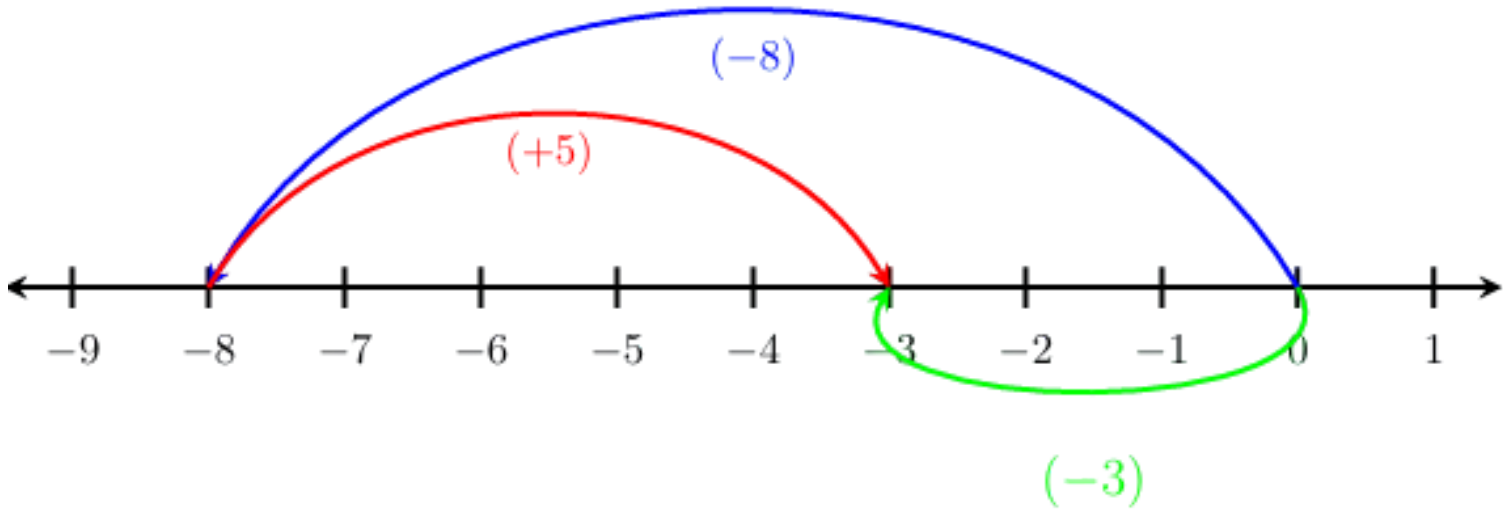


$(-5) + (+8) = +3$ işlemi sayma pulları ile gösterelim.



- ➔ Sayı doğrusunda toplama işlemi yapılırken;
- Toplanan sayı pozitif ise sağa doğru, negatif ise sola doğru ok çizilir.
 - Ok çizmeye 0'dan başlanır ve sonraki oklar bir önceki okun bittiği yerden başlatılır.
 - İşlemin sonucu sayı doğrusunun altına çizilir ve sıfırdan başlanarak son okun ucuna doğru çizilir.

★ $(-8) + (+5) = -3$ işlemi sayı doğrusunda gösterelim.



Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi

- ➔ Tam sayılarla çıkarma işlemi, toplama işleminden faydalanarak yapılır.
- $A - B = C$ işleminde A sayısına eksilen, B sayısına çıkan, C sayısına fark denir.
 - Çıkarma işlemi yapılırken çıkan sayının işareti değiştirilir ve çıkarma işlemi toplama işlemine dönüştürülür.
 - Daha sonra toplama işlemi yapılır.

★ $(-8) - (-11) = (-8) + (+11) = +3$

★ $(+6) - (+22) = (+6) + (-22) = -16$



Toplama İşleminin Özellikleri

➔ Tam sayılarla toplama işlemi yaparken toplanan sayıların yerleri değiştirildiğinde toplam yani sonuç değişmez. Tam sayılarda toplama işleminin bu özelliğine **değişme özelliği** denir.

$$\star 3 + 5 = 5 + 3 = 8$$

$$\star (-8) + (-4) = (-4) + (-8) = (-12)$$

$$\star (-15) + (+9) = (+9) + (-15) = (-6)$$

➔ Üç veya daha fazla tam sayı ile toplama işlemi yaparken öncelikle hangi sayı çiftinin toplandığının işlem sonucuna bir etkisi yoktur. Tam sayılarda toplama işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** denir.

$$\star (5 + 8) + 1 = 5 + (8 + 1)$$

$$\star (-20) + ((-5) + (+36)) = ((-20) + (-5)) + (+36)$$

➔ İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Toplama işleminde bir sayıyı 0 (sıfır) ile topladığımızda sonuç toplanan sayı olur. Bu yüzden toplama işleminin **etkisiz (birim) elemanı** sıfırdır.

$$\star 12 + 0 = 12$$

$$\star -4 + 0 = -4$$

➔ Bir tam sayı ile toplamı sıfıra eşit olan sayıya o tam sayının **toplama işlemine göre tersi** denir. Yani toplamı 0 olan iki sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.



$$6 + (-6) = 0 \text{ olduğu için}$$

6'in toplama işlemine göre tersi -6'tir.

-6'in toplama işlemine göre tersi +6'tir.



Tam Sayılarda Çarpma İşlemi

➔ Tam sayılarla çarpma işlemi yaparken sayıların mutlak değerleri çarpılır. Sonuca aşağıdaki kurala uygun şekilde işaret konulur.

- Aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitiftir.
- Ters işaretli iki tam sayının çarpımı negatiftir.

$$\oplus \cdot \ominus = \ominus$$

$$\star (+5) \cdot (-12) = -60$$

$$\oplus \cdot \oplus = \oplus$$

$$\star (+7) \cdot (+8) = +56$$

$$\ominus \cdot \ominus = \oplus$$

$$\star (-9) \cdot (-4) = +36$$

Tam Sayılarda Bölme İşlemi

➔ Tam sayılarla bölme işlemi yaparken sayıların mutlak değerleri bölünür. Sonuca aşağıdaki kurala uygun şekilde işaret konulur.

- Aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitiftir.
- Ters işaretli iki tam sayının bölümü negatiftir.

$$\oplus : \ominus = \ominus$$

$$\star (-20) : (+4) = -5$$

$$\oplus : \oplus = \oplus$$

$$\star (+45) : (+9) = +5$$

$$\ominus : \ominus = \oplus$$

$$\star (-24) : (-8) = +3$$

Sıfırdan farklı bir tam sayı -1 'e bölündüğünde veya -1 ile çarpıldığında sonuç sayının ters işaretlisidir.

$$\star -1 \cdot 83 = -83$$

$$(-44) \cdot (-1) = +44$$

$$\star 27 : (-1) = -27$$

$$(-38) : (-1) = +38$$



Çarpma İşleminin Özellikleri

➔ Tam sayılarla çarpma işlemi yaparken çarpılan sayıların yerleri değiştirildiğinde çarpım yani sonuç değişmez. Tam sayılarda çarpma işleminin bu özelliğine **değişme** özelliği denir.

$$\star 3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 18$$

$$\star (-7) \cdot (-4) = (-4) \cdot (-7) = +28$$

$$\star (-9) \cdot (+11) = (+11) \cdot (-9) = -99$$

➔ Üç veya daha fazla tam sayı ile çarpma işlemi yaparken öncelikle hangi sayı çiftinin çarpıldığının işlem sonucuna bir etkisi yoktur. Tam sayılarda çarpma işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** denir.

$$\star (7 \cdot 5) \cdot 3 = 7 \cdot (5 \cdot 3)$$

$$\star (-2) \cdot ((-5) \cdot (+6)) = ((-2) \cdot (-5)) \cdot (+6)$$

➔ İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Çarpma işleminde bir sayıyı 1 (bir) ile çarptığımızda sonuç çarpılan sayının kendisi olur. Bu yüzden çarpma işleminin **etkisiz (birim) elemanı 1**'dir.

$$\star 6 \cdot 1 = 6$$

$$\star -8 \cdot 1 = -8$$

➔ Hangi sayıyla işleme girerse girsin sonuç kendisi olan sayıya **yutan eleman** denir. Çarpma işleminde bir sayının 0 (sıfır) ile çarpımı sıfıra eşittir. Bu yüzden çarpma işleminin **yutan elemanı 0**'dir.

$$\star 77 \cdot 0 = 0$$

$$\star -16 \cdot 0 = 0$$



➔ Rasyonel Sayılarla İşlemler ve Problem Çözme ➔

Rasyonel sayılarda işlemler yaparken tam sayılar ve kesirlerle işlem yapma becerilerimizi kullanacağız.

Rasyonel Sayılarla Toplama-Çıkarma İşlemi

➔ Rasyonel sayılarla toplama-çıkarma işlemi yapılırken sayıların paydalarına bakılır:

- Paydalar eşit ise paylar için toplama-çıkarma işlemi yapılır sonuç paya yazılır ve ortak payda aynen yazılır.
- Paydaları eşit olmayan rasyonel sayılarla toplama-çıkarma işlemi yapılırken paydalar eşitlenir, paylar için toplama-çıkarma işlemi yapılır sonuç paya yazılır ve ortak payda aynen yazılır.

$$\star \frac{(-12)}{20} + \frac{8}{20} = \frac{(-4)}{20} \quad \star \frac{12}{25} - \frac{-2}{25} = \frac{12}{25} + \frac{(+2)}{25} = \frac{14}{25}$$

$$\star \frac{(-3)}{4} + \frac{(-5)}{7} = \frac{(-21)}{28} + \frac{(-20)}{28} = \frac{(-41)}{28}$$

(7) (4)

$$\star \frac{(+6)}{5} + \frac{(-7)}{15} = \frac{(+18)}{15} + \frac{(-7)}{15} = \frac{(+11)}{15}$$

(3)

$$\star \frac{1}{2} - \frac{(-14)}{23} = \frac{2}{46} - \frac{(-28)}{46} = \frac{2}{46} + \frac{(+28)}{46} = \frac{30}{46}$$



Rasyonel Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri

→ Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken toplanan sayıların yerlerinin değişmesi işlemin sonucunu değiştirmez. Bu özelliğe **değişme özelliği** adı verilir.

$$\star \frac{12}{13} + \frac{(-5)}{9} = \frac{(-5)}{9} + \frac{12}{13}$$

→ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olmak üzere

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) \text{ dir.}$$

Rasyonel sayılarla toplama işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** adı verilir.

$$\star \left(\frac{(-3)}{7} + \frac{5}{8}\right) + \frac{(-9)}{12} = \frac{(-3)}{7} + \left(\frac{5}{8} + \frac{(-9)}{12}\right)$$

→ $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere, $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

olduğundan 0 rasyonel sayılarla toplama işleminin **etkisiz elemanıdır**.

$$\star \frac{2}{3} + 0 = 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

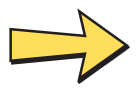
→ $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere, $\frac{a}{b}$ sayısı ile toplandığında etkisiz elemanı veren sayıya bu sayının **toplama işlemine göre tersi** denir.

Yani $\frac{a}{b}$ sayısının toplama işlemine göre tersi $\frac{-a}{b}$ 'dir.

$$\star \frac{2}{3} + \frac{(-2)}{3} = 0 \quad \text{olduğundan} \quad \frac{2}{3} \text{ 'ün tersi } \frac{(-2)}{3} \text{ 'tür}$$



Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi

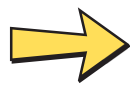


Rasyonel sayılarla çarpma işleminde payların çarpımı, çarpımın payına paydaların çarpımı ise çarpımın paydasına yazılır.

$$\star \frac{(-7)}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{(-21)}{20}$$

$$\star \frac{(-2)}{9} \times \frac{(-5)}{7} = \frac{(+10)}{63}$$

Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi



İki rasyonel sayıyı birbirine bölme işlemini de, kesirlerle bölme işlemini yaptığımız gibi yaparız.

$$\star \frac{5}{12} : \frac{7}{3} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{84}$$


$$\star \frac{(-4)}{11} : \frac{10}{15} = \frac{(-4)}{11} \times \frac{15}{10} = \frac{(-60)}{110}$$


$$\star \frac{(-1)}{2} : \frac{(-5)}{8} = \frac{(-1)}{2} \times \frac{8}{(-5)} = \frac{(-8)}{(-10)} = \frac{8}{10}$$




Rasyonel Sayılarda Çarpma İşleminin Özellikleri

➔ Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken çarpılan sayıların yerlerinin değişmesi işlemin sonucunu değiştirmez. Bu özelliğe **değişme özelliği** adı verilir.

$$\star \quad \frac{(-2)}{5} \times \frac{8}{9} = \frac{8}{9} \times \frac{(-2)}{5}$$

➔ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olmak üzere

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right) \quad \text{dir.}$$

Rasyonel sayılarla çarpma işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** adı verilir.

$$\star \quad \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{(-5)}{6} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{(-5)}{6}\right)$$

➔ $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere, $\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

olduğundan 1 rasyonel sayılarla çarpma işleminin **etkisiz elemanıdır**.

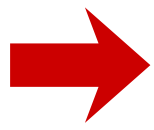
$$\star \quad \frac{(-6)}{13} \times 1 = 1 \times \frac{(-6)}{13} = \frac{(-6)}{13}$$

➔ $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere, $\frac{a}{b}$ sayısı ile çarpıldığında etkisiz elemanı veren sayıya bu sayının **çarpma işlemine göre tersi** denir.

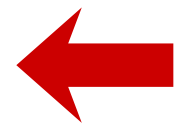
Yani $\frac{a}{b}$ sayısının toplama işlemine göre tersi $\frac{b}{a}$ 'dir.

$$\star \quad \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1 \quad \text{olduğundan} \quad \frac{7}{3} \text{ 'ün tersi } \frac{3}{7} \text{ 'dir.}$$





Çok Adımlı İşlemler



İç içe birden fazla parantez bulunan işlemlerde önce en içteki parantezden başlayarak işlem yapılır. İşlemler yapılırken **işlem önceliğine** her zaman dikkat edilmelidir.

İşlem Önceliği Adımları

- 1) Parantez içerisindeki işlemler yapılır.
- 2) Üslü ifadelerin değeri hesaplanır.
- 3) Çarpma veya bölme işlemleri soldan sağa doğru yapılır.
- 4) Toplama veya çıkarma işlemleri soldan sağa doğru sırasıyla yapılır.



$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \times \left[\frac{5}{12} + \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{4} \right) \right] \\ & \qquad \qquad \qquad (2) \\ & = \frac{2}{3} \times \left[\frac{5}{12} + \left(\frac{14}{4} - \frac{3}{4} \right) \right] \\ & = \frac{2}{3} \times \left[\frac{5}{12} + \frac{11}{4} \right] = \frac{2}{3} \times \left[\frac{5}{12} + \frac{33}{12} \right] \\ & \qquad \qquad \qquad (3) \\ & = \frac{2}{3} \times \frac{38}{12} = \frac{76}{36} = \frac{19}{9} \end{aligned}$$





$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{\frac{3}{5} \div \frac{2}{15}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{\frac{3}{5} \times \frac{15}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{\frac{45}{10}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{10}{45}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{9}}$$

(3) (2)

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{15}{18} - \frac{4}{18}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{11}{18}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{18}{11} = \frac{36}{33} = \frac{12}{11}$$



★ $1 + \frac{8}{5 - \frac{1}{x}} = 3$

x'i bulalım.

$$1 + \frac{8}{5 - \frac{1}{x}} = 3$$

Hangi sayıyı 1 ile toplarsak 3 olur?

$$\frac{8}{5 - \frac{1}{x}} = 2$$

Hangi sayıyı 8'e bölersek 2 olur?

$$5 - \frac{1}{x} = 4$$

5'ten hangi sayıyı çıkarırsak 4 kalır?

$$\frac{1}{x} = 1$$

Hangi sayıyı 1'e bölersek 1 olur?

$$x = 1$$

